Historia de la Geometría

Las primeras civilizaciones mediterráneas adquieren poco a poco ciertos conocimientos geométricos de carácter eminentemente práctico. La geometría en el antiguo Egipto estaba muy desarrollada, como admitieron Heródoto, Estrabón y Diodoro, que aceptaban que los egipcios habían "inventado" la geometría y la habían enseñado a los griegos; aunque lo único que ha perdurado son algunas fórmulas –o, mejor dicho, algoritmos expresados en forma de "receta"– para calcular volúmenes, áreas y longitudes, cuya finalidad era práctica. Con ellas se pretendía, por ejemplo, calcular la dimensión de las parcelas de tierra, para reconstruirlas después de las inundaciones anuales. De allí el nombre *γεωμετρία*, *geometría*: "medición de la tierra" (de γῆ (gê) 'tierra' más μετρία (metría), 'medición').

Los denominados Papiro de Ahmes y Papiro de Moscú muestran conjuntos de métodos prácticos para obtener diversas áreas y volúmenes, destinados al aprendizaje de escribas. Es discutible si estos documentos implican profundos conocimientos o representan en cambio todo el conocimiento que los antiguos egipcios tenían sobre la geometría.

La Geometría Griega fue la primera en ser formal. Parte de los conocimientos concretos y prácticos de tesis. La veracidad de la tesis dependerá de la validez del razonamiento con el que se ha extraído (esto será estudiado por Aristóteles al crear la Lógica) y de la veracidad de las hipótesis. Pero entonces debemos partir de hipótesis ciertas para poder afirmar con rotundidad la tesis. Para poder determinar la veracidad de las hipótesis, habrá que considerar cada una como tesis de otro razonamiento, cuyas hipótesis deberemos también comprobar. Se entra aparentemente en un proceso sin fin en el que, indefinidamente, las hipótesis se convierten en tesis a probar.

Euclides, vinculado al Museo de Alejandría y a su Biblioteca, zanja la cuestión al proponer un sistema de estudio en el que se da por sentado la veracidad de ciertas proposiciones por ser intuitivamente claras, y deducir de ellas todos los demás resultados. Su sistema se sintetiza en su obra cumbre, *Los elementos*, modelo de sistema axiomático-deductivo. Sobre tan sólo cinco postulados y las definicionesque precisa construye toda la Geometría y la Aritmética conocidas hasta el momento. Su obra, en trece volúmenes, perdurará como única verdad geométrica hasta entrado el siglo XIX.

Entre los postulados en los que Euclides se apoya hay uno (el quinto postulado) que trae problemas desde el principio. No se ponía en duda su veracidad, pero tal y como aparece expresado en la obra, muchos consideran que seguramente podía deducirse del resto de postulados. Durante los siguientes siglos, uno de los principales problemas de la Geometría será determinar si el V postulado es o no independiente de los otros cuatro, es decir, si es necesario considerarlo como un postulado o es un teorema, es decir, puede deducirse de los otros, y por lo tanto colocarse entre el resto de resultados de la obra.

Los tres problemas geométricos de la Antigüedad

La geometría griega era incapaz de resolver tres famosos problemas geométricos (que heredarán los matemáticos posteriores), puesto que debían ser resueltos utilizando únicamente la regla y compás «ideales», únicos instrumentos válidos en la geometría griega. Estos tres problemas son los siguientes:

La duplicación del cubo

Cuenta la leyenda que una terrible peste asolaba la ciudad de Atenas, hasta el punto de llevar a la muerte a Pericles. Una embajada de la ciudad fue al oráculo de Delfos, consagrado a Apolo, para consultar qué se debía hacer para erradicar la mortal enfermedad. Tras consultar al Oráculo, la respuesta fue que se debía duplicar el altar consagrado a Apolo en la isla de Delos. El altar tenía una peculiaridad: su forma cúbica. Prontamente, los atenienses construyeron un altar cúbico cuyos lados eran el doble de las del altar de Delos, pero la peste no cesó, se volvió más mortífera. Consultado de nuevo, el oráculo advirtió a los atenienses que el altar no era el doble de grande, sino ocho veces mayor, puesto que el volumen del cubo es el cubo de su lado ($(2l)^3 = 2^3 l^3 = 8l^3$). Nadie supo cómo construir un cubo cuyo volumen fuese exactamente el doble del volumen de otro cubo dado, y el problema matemático persistió durante siglos (no así la enfermedad).

La trisección del ángulo

Artículo principal: Trisección del ángulo

Este problema consiste en dividir un ángulo cualquiera en tres ángulos iguales, empleando únicamente la regla y el compás, de manera que la suma de las medidas de los nuevos tres ángulos sea exactamente la medida del primero.

La cuadratura del círculo

Artículo principal: Cuadratura del círculo

La cuadratura del círculo consiste en tratar de obtener un cuadrado cuya área mida exactamente lo mismo que el área de un círculo dado. Anaxágoras fue el primero en intentar resolverlo, dibujando en las paredes de su celda. Fue apresado por explicar diversos fenómenos que los griegos atribuían a los dioses. Tampoco pudo ser resuelto por los geómetras de la antigüedad, y llegó a ser el paradigma de lo imposible. Como curiosidad, el filósofo inglés David Hume llegó a escribir un libro con supuestos métodos para resolver el problema. Hume no tenía suficientes conocimientos matemáticos, y nunca aceptó que sus métodos eran fallidos.

La Geometría en la Edad Media

Durante los siguientes siglos la Matemática comienza nuevos caminos de la mano de hindúes y árabes en Trigonometría y Álgebra (el uso de la notación posicional y del cero), aunque relacionadas con la Astronomía y la Astrología; pero en geometría apenas hay nuevas aportaciones. En Occidente, a pesar de que la Geometría es una de las sieteArtes liberales (encuadrada en el Quadrivium), las escuelas y universidades se limitan a enseñar los "Elementos", y no hay aportaciones.

La Geometría Proyectiva

Es en el Renacimiento cuando las nuevas necesidades de representación del arte y de la técnica empujan a ciertos humanistas a estudiar propiedades geométricas para obtener nuevos instrumentos que les permitan representar la realidad. Aquí se enmarca la figura del matemático y arquitecto Luca Pacioli, de Leonardo da Vinci, de Alberto Durero, de Leone Battista Alberti, de Piero della Francesca, por citar sólo algunos. Todos ellos, al descubrir la perspectiva y la sección, crean la necesidad de sentar las bases formales en la que cimentar las nuevas formas de Geometría que ésta implica: la Geometría proyectiva, cuyos principios fundamentales aparecen de la mano de Desargues en el siglo XVII. Esta nueva geometría de Desargues fue estudiada ampliamante ya por Pascal o por de la Hire, pero debido al interés suscitado por la Geometría Cartesiana y sus métodos, no alcanzó tanta difusión como merecía hasta la llegada a principios del siglo XIX de Gaspard Monge en primer lugar y sobre todo de Poncelet.

La geometría cartesiana

Pero es sin duda la aparición de la geometría analítica lo que marca la Geometría en la Edad Moderna. Descartes propone un nuevo método de resolver problemas geométricos, y por extensión, de investigar en geometría.

El nuevo método analiza la geometría utilizando ecuaciones algebraicas. Se cambia la regla y compás clásicos por expresiones numéricas que se pueden representar mediante coordenadas cartesianas. Utilizando notación actual, dicho método se expresa así:

En un plano se trazan dos rectas perpendiculares (ejes) –que por convenio se trazan de manera que una de ellas sea horizontal y la otra vertical–, y cada punto del plano queda unívocamente determinado por las distancias de dicho punto a cada uno de los ejes, siempre y cuando se dé también un criterio para determinar sobre qué semiplano determinado por cada una de las rectas hay que tomar esa distancia, criterio que viene dado por un signo. Ese par de números, las coordenadas, quedará representado por un par ordenado (x, y), siendo x la distancia a uno de los ejes (por convenio será la distancia al eje vertical) e y la distancia al otro eje (al horizontal).

En la coordenada x, el signo positivo (que suele omitirse) significa que la distancia se toma hacia la derecha del eje vertical (**eje de ordenadas**), y el signo negativo (nunca se omite) indica que la distancia se toma hacia la izquierda. Para la coordenada y, el signo positivo (también se suele omitir) indica que la distancia se toma hacia arriba del eje horizontal (**eje de abscisas**), tomándose hacia abajo si el signo es negativo (tampoco se omite nunca en este caso). A la coordenada x se la suele denominar *abscisa* del punto, mientras que a la y se la denomina *ordenada* del punto.